

Persistence topologique pour l'analyse des réseaux sans fil

Mots clés :

- **Directeur de thèse** : LAURENT DECREUSEFOND
- **Co-encadrant(s)** :
- **Unité de recherche** : Laboratoire Traitement et Communication de l'Information
- **Ecole doctorale** : École Doctorale Informatique, Télécommunications, Électronique de Paris
- **Domaine scientifique principal**: Divers

Résumé du projet de recherche (Langue 1)

Les réseaux de communications cellulaires en sont à leur quatrième généra- tion et déjà se profile la cinquième qui constituera un nouveau bouleversement avec la connexion par radio des choses (voitures, frigidaires, montres, etc.) au réseau Internet. Contrairement à la bande-passante dans les communications filaires, les res- sources radio sont rares et chères. Leur gestion doit donc se faire de façon op- timale. Parmi les facteurs limitant l'efficacité d'une communication radio, on trouve le bruit ambiant mais surtout les interférences provoquées par l'ensemble des autres émetteurs radio. Ainsi que l'indique la Figure 1, le nombre attendu de ces émetteurs dans les prochaines années est de l'ordre du millier de milliards. Même à une échelle locale, cela signifie que les futurs réseaux cellulaires ne pour- ront plus être opérés au sens actuel du terme mais devront s'auto-organiser et s'auto-configurer pour faire face aux changements topologiques en temps réel : mise en route/extinction d'un terminal, début ou fin de communication, mou- vement des mobiles, etc. Du point de vue de l'économie d'énergie, les nouvelles normes LTE permettent d'envisager la coordination des stations de base et ainsi de répartir un budget de puissance pour garantir le meilleur débit possible en tout point à moindre coût. Les interférences entre deux émetteurs radio vers un même récepteur dé- pendent étroitement de leurs positions relatives. Pour la voie de communication dite « descendante » (i.e. de la station de base vers un terminal), les interfé- reurs sont les autres stations de base. Pour la voie dite « montante » (i.e. des terminaux vers la station de base), les interféreurs sont les autres terminaux. Dans tous les cas, les émetteurs et récepteurs ne sont pas placés selon un schéma déterministe même si c'est souvent le cas dans la littérature, notamment pour les stations de base. Depuis quelques années, en particulier depuis la parution de [BB09a, BB09b], on assiste enfin à la prise en compte de l'aléatoire tant dans les positions des ressources que des émetteurs. D'abord de type Poisson, des modèles à base de processus déterminantaux [DFPT14] commencent à être envisagés [DZH14] car ils sont susceptibles de mieux représenter les positions des antennes qui justement pour diminuer les interférences, sont disposées de manière à se « repousser » et non pas totalement au hasard comme c'est le cas avec le modèle de type Poisson. L'un des critères principaux de bon fonctionnement d'un réseau cellulaire est le rapport signal sur bruit plus interférence (SINR en anglais). Pour qu'une communication soit possible, ce rapport doit être supérieur à un certain seuil, dépendant des équipements matériels. Un opérateur doit donc s'assurer que dans toutes les zones couvertes, le SINR satisfait bien les conditions requises. L'approche usuelle (voir [VDM12] et les références incluses) consiste à présup- poser une puissance d'émission et des répartitions aléatoires des interféreurs, puis à calculer la probabilité dite d'« outage », c'est-à-dire la probabilité qu'un récepteur choisi au hasard ne satisfasse pas la condition de SINR. Nous proposons ici une toute autre approche. Il émane clairement des con- sidérations précédentes, que les performances d'un réseau cellulaire sont inti- mement liées à sa « topologie » et que celle-ci est éminemment aléatoire. La topologie algébrique [Hat02], à travers les nombres de Betti, est justement un outil de choix pour décrire quantitativement les propriétés topologiques d'un ensemble. Depuis les travaux [dSG06, Ghr05, GM05], on sait que ce corpus théorique permet de résoudre des problèmes de couverture dans les réseaux de capteurs. Ces mêmes concepts ont d'ailleurs été utilisés dans [VDM13, YMD11] pour détecter des trous de couverture ou identifier les émetteurs susceptibles d'être éteints dans les réseaux cellulaires. Ces approches novatrices ont mis en évidence l'intérêt de la topologie algébrique pour les communications radio. En ce qui concerne la gestion des interférences, la situation est décrite par la valeur du SINR en tout point de l'espace. Cette valeur peut être établie de façon théorique par les formules classiques d'atténuation de puissance ou pourra prochainement l'être de façon empirique par l'analyse statistique des valeurs mesurées par les terminaux, qui seront renvoyées avec une étiquette de localisation au système de contrôle central.

Résumé du projet de recherche (Langue 2)

Partant, les problèmes à résoudre sont multiples. Dans le cas d'une estimation statistique, l'opérateur ne contrôle pas les endroits où sont faites les mesures et n'a donc qu'une vue parcellaire de la carte réelle. Il s'agit d'inventer des méthodes statistiques pour éviter les sur-échantillonnages tout autant que les sous-échantillonnages spatiaux, en faisant des hypothèses réalistes quant à la disposition des mesures à base de processus ponctuels adaptés. Par ailleurs, quelle que soit l'approche utilisée, le résultat sera toujours perturbé par du « bruit », inhérent au modèle ou aux mesures. La topologie persistante, par l'analyse des diagrammes de persistance [CCS09, CdSGO12], a justement comme but de s'affranchir de cette difficulté. Il reste néanmoins à développer les critères de stabilité de ces diagrammes lorsqu'ils sont basés sur des phénomènes stochastiques. Nous pensons que les outils du transport optimal [Dec08] sont bien adaptés pour ce faire. Notre conviction, à la base de ce projet, est que l'inférence géométrique et la topologie persistante offrent des outils de choix pour répondre aux différentes questions qui se posent sur la nature topologique de la nappe de SINR. L'inférence géométrique a pour objet d'étudier les propriétés de stabilité d'objets géométriques (tels que par exemple les ensembles de niveaux de la fonction SINR) à partir d'approximations de ceux-ci. La persistance topologique fournit des outils pour décrire l'évolution de la topologie des ensembles de sous-niveau d'une fonction. Ces deux domaines ont connu un développement important ces dix dernières années [ELZ02, CEH07, CCS09, CdSGO12, CCM11] et proposent désormais des outils mathématiques et algorithmiques efficaces pour aborder le problème considéré dans ce projet. Pour des configurations aléatoires, l'un des objectifs est donc d'évaluer la stabilité des diagrammes de persistance en milieu aléatoire. Il s'agit de mettre en commun les compétences en géométrie et topologie algébrique de l'équipe INRIA avec celles en modélisation des réseaux cellulaires et probabilités de Telecom ParisTech. {{Références}}

[BB09a] F. Baccelli and B. Błaszczyszyn. Stochastic Geometry and Wireless Networks, Volume I — Theory, volume 3, No 3–4 of Foundations and Trends in Networking. NoW Publishers, 2009. [BB09b] F. Baccelli and B. Błaszczyszyn. Stochastic Geometry and Wireless Networks, Volume II — Applications, volume 4, No 1–2 of Foundations and Trends in Networking. NoW Publishers, 2009. [CCS09] F. Chazal, D. Cohen-Steiner, M. Glisse, L. J. Guibas, S. Oudot. Proximity of persistence modules and their diagrams, in proc. 2009 ACM Symposium of Computational Geometry, p.237-246 [CCM11]

Chazal, F., Cohen-Steiner, D. and Merigot, Q. Geometric inference for probability measures, J. Foundations of Computational Mathematics, 11 :733-751, 2011. [CdSGO12] F. Chazal, V. de Silva, M. Glisse, S. Oudot. The Structure and Stability of Persistence Modules, arXiv :1207.3674, July 2012 : <http://arxiv.org/abs/1207.3674> [CEH07] D. Cohen-Steiner, H. Edelsbrunner, and J. Harer. Stability of persistence diagrams, Discrete Comput. Geom., 37(1) :103-120, 2007. [Dec08] L. Decreasefond. Wasserstein distance on configurations space. Potential Anal., 28(3) :283–300, 2008. [DFPT14] L. Decreasefond, I. Flint, N. Privault, and G. Torrisi. Determinantal point processes. In G. Peccati and M. Reitzner, editors, Stochastic analysis for Poisson point processes : Malliavin calculus, Wiener-Itô chaos expansions and stochastic geometry, Bocconi & Springer series. Springer-Verlag, 2014. [DZH14] N. Deng, W. Zhou, and M. Haenggi. The Ginibre Point Process as a Model for Wireless Networks with Repulsion. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014. Submitted. Available at <http://www.nd.edu/~mhaenggi/pubs/twc14c.pdf>. [ELZ02] H. Edelsbrunner, D. Letscher, and A. Zomorodian. Topological persistence and simplification. Discrete Comput. Geom., 28 :511-533, 2002. [dSG06] V. de Silva and R. Ghrist. Coordinate-free coverage in sensor networks with controlled boundaries via homology. International Journal of Robotics Research, 25, december 2006. 3 [Ghr05] R. Ghrist. Coverage and hole-detection in sensor networks via homology. In Fourth International Conference on Information Processing in Sensor Networks (IPSN'05), UCLA, pages 254–260, 2005. [GM05] R. Ghrist and A. Muhammad. Coverage and hole-detection in sensor networks via homology. Information Processing in Sensor Networks, 2005. IPSN 2005. Fourth International Symposium on, pages 254–260, 2005. [Hat02] A. Hatcher. Algebraic Topology. Cambridge University Press, 2002. [VDM12] Th.-T. Vu, L. Decreasefond, and Ph. Martins. An analytic model for evaluating outage and handover probability of cellular wireless networks. In WPMC 2012, Taipei, Taiwan, August 2012. [VDM13] A. Vergne, L. Decreasefond, and P. Martins. Reduction algorithm for simplicial complexes. In IEEE INFOCOM, 2013. [YMD11] F. Yan, P. Martins, and L. Decreasefond. Connectivity-based distributed coverage hole detection in wireless sensor networks. In Globecom'11, Houston, Texas, USA, August 2011.